

[최고의 수험물리 전문가]

윤형철

변리사 탄탄물리

[개념+기출]

— 19장 초기 양자론 —

“물리는 외우는 과목이 아니라 생각하는 과목입니다.”

세 가지 강의 철학

목차

— 성장기반 물리

(Grow-based Physics)

— 취사선택 물리

(Cut-off Strategy Physics)

— 생각하는 물리

(Thinking Physics)



물리

윤형철 교수

물리 윤형철 교수입니다.

약력

전남과학고등학교 졸업
서울대학교 사범대학 물리교육과 졸업

전 대치 미래탐구
전 대치 새움학원
현 대치 링크물리
현 변리사스쿨 물리 전문교수

개념 POINT

[양자론 개관]

물리현상
(문제상황)

→
물리량

물리법칙

I. 초기 양자론

1. 광전효과

19세기 초부터 빛의 간섭과 회절, 맥스웰의 전자기파 이론, 헤르츠의 전자기파 발생과 검출 등으로 빛의 파동설이 확립되어 가던 중, 19세기 후반 무렵에 빛의 파동설로는 설명되지 않는 현상 하나가 발견되었는데, 이것이 바로 광전 효과이다.

1. 광전 효과의 발견

1887년, 헤르츠는 전자기파 실험을 하던 중에 우연히 금속으로 된 두 전극에 가시광선이나 자외선을 비추는 때 방전이 훨씬 잘 일어난다는 사실을 발견하였다. 그 후 영국의 물리학자 톰슨에 의해 전자가 발견되면서, 이 현상이 금속에 빛을 비추면 금속 내부에서 전자가 튀어나오는 현상임이 밝혀졌다. 이를 광전 효과라고 한다.

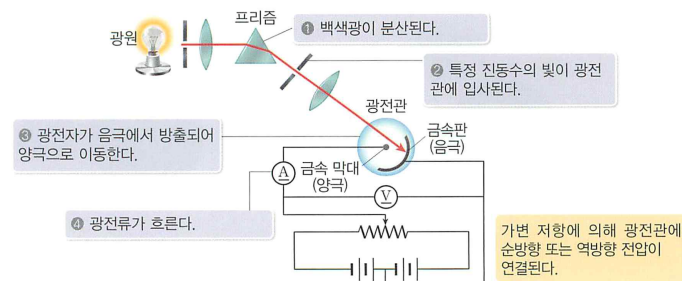
- (1) **광전 효과**: 금속에 빛을 비추었을 때 금속 표면에서 전자가 방출되는 현상을 말한다.
- (2) **광전자**: 광전 효과에 의해 금속에서 방출된 전자를 광전자라고 한다.

2. 광전 효과 실험

탐구 95쪽

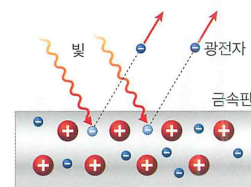
헤르츠 이후 과학자들은 여러 실험을 통해 광전 효과 현상을 더욱 자세히 연구하였다.

- (1) **광전 효과 실험 장치**: 다음 그림은 광전 효과를 연구하기 위한 실험 장치로, 광전관에 프리즘을 통해 분리한 특정 진동수의 빛을 비추고, 빛의 세기와 광전관에 걸리는 전압을 변화시키며 회로에 흐르는 전류의 세기를 측정한다. 이 전기 회로에서 광전관의 두 극은 서로 분리되어 있으므로 전류가 흐르지 않지만, 금속판에 빛을 비추어 광전 효과가 일어나면 금속판에서 광전자가 튀어나와 금속 막대로 이동하며 전류가 흐르는데, 이것을 광전류라고 한다.



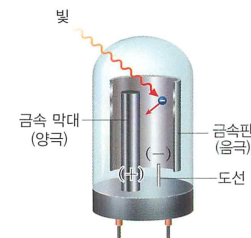
▲ 광전 효과 실험 장치

광전 효과와 광전자



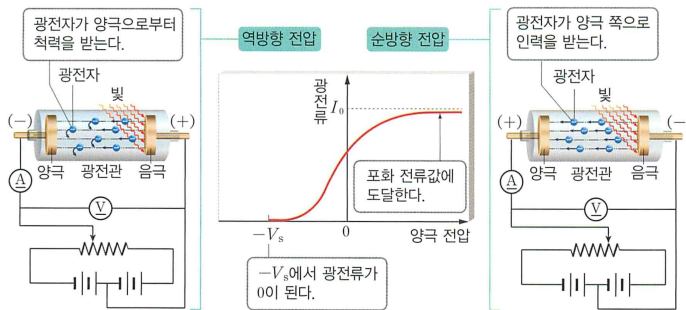
광전관의 구조 및 음극과 양극

광전 효과를 이용하여 전기적인 신호를 만드는 진공관으로, 금속판으로 된 음극과 금속 막대로 된 양극을 진공 유리관에 넣어 만든다.



(2) 광전 효과 실험 결과의 그래프 해석

광전관에 빛을 비추 광전 효과가 일어나면 광전관에 걸린 전압이 0일 때에도 음극에서 방출된 광전자의 일부가 양극에 도달하여 광전류가 흐른다. 광전관의 음극의 전위를 기준으로 한 양극의 전압을 변화시키며 광전류의 세기를 측정하면 다음 그림과 같이 변한다.



(가) 역방향 전압일 때(양극 전압 < 0)

음극에서 방출된 광전자가 양극으로부터 밀리는 전기력을 받으므로, 운동 에너지가 큰 일부 광전자만 역방향 전압을 극복하고 양극에 도달한다. 따라서 역방향 전압이 증가할수록 광전류의 세기는 서서히 감소한다.

(나) 순방향 전압일 때(양극 전압 > 0)

양극의 전위를 음극보다 높게 하면, 음극에서 방출된 광전자가 전기력을 받아 양극 쪽으로 끌려간다. 따라서 순방향 전압이 증가할수록 광전류의 세기는 점점 증가한다.

▲ 광전 효과 실험 결과

① 광전자의 최대 운동 에너지(E_k)와 정지 전압(V_s): (가)에서 역방향 전압이 계속 증가하다가 어느 값이 되면 광전류의 세기가 0이 되는데, 이 전압을 정지 전압이라고 한다. 정지 전압은 방출된 광전자가 역방향 전압에 의해 운동 반대 방향으로 전기력을 받아 양극에 하나도 도달하지 못하게 되는 최소의 전압이다. 따라서 광전자의 최대 운동 에너지는 정지 전압일 때 전기력이 광전자에 한 일과 같다. 질량 m 인 광전자가 음극에서 튀어나오는 최대 속력을 v_0 이라고 하면, 광전자의 최대 운동 에너지 E_k 와 정지 전압 V_s 사이의 관계는 다음과 같다.

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 = eV_s \quad (m: \text{전자의 질량}, e: \text{전자의 전하량})$$

⇒ 광전자의 최대 운동 에너지는 정지 전압에 비례한다.

② 광전자의 수와 포화 광전류(I_0): (나)에서 순방향 전압이 계속 증가하면, 어느 순간 음극에서 방출된 광전자가 모두 양극에 도달하여 광전류의 세기가 더 이상 증가하지 않는 포화 전류값에 도달한다. 이 포화 전류값을 측정하면 음극에서 방출된 광전자의 수를 알 수 있다. 전류의 세기는 단위 시간 동안 도선의 한 단면을 지나는 전하량으로 정의하므로, 시간 Δt 동안 음극에서 방출된 광전자의 수를 N , 전자의 전하량을 e 라고 하면, 포화 광전류의 세기 I_0 은 다음과 같다.

$$I_0 = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{Ne}{\Delta t}$$

⇒ 단위 시간 동안 방출된 광전자의 수는 포화 광전류의 세기에 비례한다.

개념 POINT

순방향 전압과 역방향 전압

- 순방향 전압: 양극의 전위가 음극의 전위보다 높을 때로, 양극에 전원의 (+)극, 음극에 (-)극이 연결된다.
- 역방향 전압: 양극의 전위가 음극의 전위보다 낮을 때로, 양극에 전원의 (-)극, 음극에 (+)극이 연결된다.

양극 전압이 0일 때

광전 효과가 일어나면 전압이 0인 상태에서도 광전자의 일부는 양극에 도달하므로 광전류가 흐른다.

3. 광전 효과 실험 결과와 고전 물리학적 해석의 한계

집중 분석 96쪽

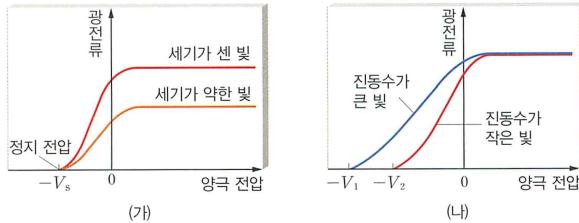
(1) 빛의 세기 및 진동수와 광전자의 최대 운동 에너지의 관계

① 광전관에 진동수가 같고 세기가 다른 빛을 비췄을 때 실험 결과는 그림 (가)와 같았다.

- 세기가 센 빛과 세기가 약한 빛의 정지 전압이 같다.
➡ 광전자의 최대 운동 에너지는 빛의 세기와 무관하다.
- 빛의 세기가 셀수록 포화 광전류의 세기가 증가한다.
➡ 빛의 세기가 셀수록 방출되는 광전자의 수가 많다.

② 광전관에 세기가 같고 진동수가 다른 빛을 비췄을 때, 실험 결과는 그림 (나)와 같았다.

- 진동수가 큰 빛일수록 정지 전압이 크다.
➡ 빛의 진동수가 클수록 광전자의 최대 운동 에너지가 크다.



▲ 광전류-양극 전압 그래프

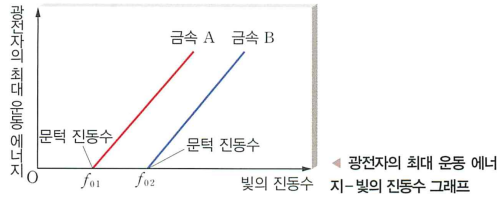
고전 물리학적 해석의 한계: 빛의 세기 문제

빛이 파동이라면 세기가 센 빛을 비추었을 때 1개의 광전자가 얻는 에너지도 커져야 한다. 그러나 광전 효과 실험 결과, 광전자의 최대 운동 에너지는 빛의 세기와 무관하고, 빛의 진동수에 의해서만 결정되었다.

(2) 문턱 진동수의 존재

빛의 진동수를 증가시키며 정지 전압을 측정하면, 다음 그림과 같이 광전자의 최대 운동 에너지가 빛의 진동수에 비례하여 증가하는 것을 알 수 있다. 그러나 빛의 진동수가 어떤 특정한 값 f_0 보다 작으면, 아무리 센 빛을 비춰도 광전자가 방출되지 않는다. 이때 이 특정한 진동수를 문턱 진동수라고 한다.

개념 POINT



- ① 문턱 진동수(f_0): 금속판에서 광전자를 방출시킬 수 있는 최소한의 빛의 진동수이다.
- ② 문턱 진동수는 금속의 종류에 따라 다르다.
- ③ 빛의 진동수와 광전자의 최대 운동 에너지 관계 그래프에서 그래프의 기울기는 금속의 종류에 관계없이 모두 같다.

고전 물리학적 해석의 한계: 빛의 진동수 문제

빛이 파동이라면 어떤 진동수의 빛이라도 세기를 세게 하면 충분한 에너지를 전자에 전달할 수 있으므로, 광전자가 튀어나와야 한다. 그러나 광전 효과 실험 결과, 문턱 진동수보다 작은 진동수의 빛에서는 빛의 세기를 아무리 세게 하여도 광전자가 방출되지 않았다.

- (3) 빛의 입사와 광전자 방출 사이의 시간 간격: 빛의 세기에 관계없이 문턱 진동수보다 큰 진동수의 빛을 비추면 비추는 즉시 광전자가 방출된다.

고전 물리학적 해석의 한계: 방출 시간 문제

빛이 파동이라면 문턱 진동수 이상의 빛이라 하더라도 빛의 세기가 약할 경우 전자가 에너지를 축적하는 데 시간이 걸리므로, 광전자가 방출되는 데 걸리는 시간이 측정되어야 한다. 그러나 광전 효과 실험 결과, 아무리 빛의 세기가 약해도 문턱 진동수 이상의 빛을 비추면 광전자가 즉시 방출되었다.

4. 광전 효과 실험 결과와 빛의 파동성의 모순

고전 물리학의 전자기학에 의하면 빛은 전기장과 자기장의 진동이 공간으로 퍼져 나가는 것이므로, 물체 표면에 빛을 비추면 전기장의 진동에 의해 물체 표면에 있는 전자들이 강제 진동을 하게 되어 빛에서 전자로 에너지가 전달된다. 그러므로 충분한 양의 에너지가 전자에 전달되면 전자의 운동 에너지가 커져서 전자가 물체 표면에서 벗어나 방출된다고 해석할 수 있다. 전기장의 세기는 빛의 세기가 셀수록 세지기 때문에 빛의 세기가 세지면 방출되는 전자의 운동 에너지도 커질 것으로 예측할 수 있다. 따라서 고전 물리학에 의하면 아무리 진동수가 작은 빛이라도 빛의 세기를 세게 하거나 오랫동안 비추면 전자에 전달되는 에너지가 누적되어 광전자가 방출될 수 있을 것이다. 그리고 전자가 에너지를 충분히 얻는 데에는 어느 정도의 시간이 걸릴 것이므로 물체 표면에 빛을 비춘 순간부터 광전자가 방출되기까지 약간의 시간이 필요할 것이라고 예측하였다. 그러나 실제 광전 효과 실험 결과에서는 광전자가 문턱 진동수보다 큰 진동수를 갖는 빛에 의해서만 방출되고, 문턱 진동수보다 큰 진동수를 갖는 빛은 아무리 세기가 약해도 비추는 즉시 광전자가 방출된다. 또, 광전자의 최대 운동 에너지는 빛의 세기와는 무관하고 진동수(또는 파장)에 의해서 결정된다.

광전 효과 실험 결과와 빛의 파동성의 모순

광전 효과 실험 결과를 빛의 파동성으로 설명하려면 모순점이 생긴다. 따라서 광전 효과 실험 결과의 설명을 위해서 빛의 파동 이론 이외에 다른 이론이 필요하게 되었다. 이것이 1905년에 발표된 아인슈타인의 광양자설이다.

개념 POINT

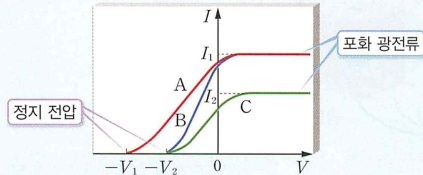
집중
분석

광전 효과 실험 결과 그래프의 해석

광전 효과 실험 결과에서 빛이 파동이라는 관점으로 설명할 수 없는 부분이 무엇인지 알고, 광양자설에서 이를 어떻게 설명하고 있는지 알아야 한다. 그리고 광전류의 세기와 전압 사이의 관계 그래프, 광전자의 최대 운동 에너지와 비취 준 빛의 진동수 사이의 관계 그래프를 해석하는 문제가 주로 출제되므로, 두 그래프를 정확하게 해석할 수 있어야 한다.

1 광전류의 세기와 전압의 관계 그래프

그림은 단색광 A, B, C를 동일한 금속판에 비추었을 때 양극 전압 V 에 따른 광전류의 세기 I 를 나타낸 것이다.



(1) 정지 전압이 클수록 ($V_1 > V_2$)

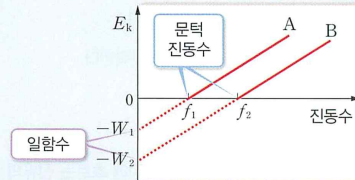
- 광전자의 최대 운동 에너지 E_k 가 크다. ($E_k = eV_s$)
- 입사한 광자의 에너지 E 가 크다. ($E = E_k + W$)
- 금속판에 진동수가 큰 빛이 입사하였다. ($E = hf$)
- ⇒ 입사한 빛의 진동수 비교: $A > B = C$

(2) 포화 광전류의 세기가 클수록 ($I_1 > I_2$)

- 단위 시간당 방출된 광전자의 수가 많다.
- 단위 시간당 입사한 광자의 수가 많다.
- 세기가 더 센 빛이 입사하였다.
- ⇒ 빛의 세기 비교: $A, B > C$

2 광전자의 최대 운동 에너지와 빛의 진동수의 관계 그래프

그림은 금속판 A, B에 입사하는 단색광의 진동수를 변화시키며 광전자의 최대 운동 에너지를 측정한 결과를 나타낸 것이다.



(1) 그래프 기울기: $E_k = hf - W$ 이므로, 그래프의 기울기는 플랑크 상수 h 로 모든 금속에서 동일하다.

(2) x 절편: 광전자의 최대 운동 에너지가 0일 때 빛의 진동수이므로, 그 금속의 문턱 진동수이다.

→ 금속의 종류에 따라 문턱 진동수가 다르다. ($f_1 < f_2$)

⇒ 금속의 문턱 진동수 비교: $A < B$

(3) y 절편: $f=0$ 일 때의 E_k 값이므로, 그래프를 연장한 y 절편의 절댓값은 일함수를 의미한다.

→ 문턱 진동수가 클수록 금속의 일함수가 크다. ($W_1 < W_2$)

⇒ 금속의 일함수 비교: $A < B$

개념 POINT

2. 아인슈타인의 광양자설

개념 POINT

양자화 되었다는 것은 어떤 물리량이 어떤 기본값의 정수배만을 갖는다는 것을 의미하며, 플랑크에 의해 처음 제안되었다. 아인슈타인은 이러한 양자설을 이용하여 빛의 파동성으로 설명할 수 없었던 광전 효과를 완벽하게 해석하였다.

1. 광양자설

(1) **플랑크의 양자설**: 19세기 말, 물리학자들은 뜨거운 물체에서 방출되는 빛의 연속 스펙트럼을 연구하면서 파장에 따른 빛의 세기를 수학적으로 나타내려고 노력하였다. 1900년에 플랑크는 진동수가 f 인 빛이 연속적인 에너지를 갖지 않고 hf 의 정수배에 해당하는 불연속적인 에너지를 갖는다면 실험 결과와 일치하는 식이 도출됨을 제시하였다. 즉, 플랑크는 빛의 에너지가 양자화 되었다고 하는 양자설을 주장하였다. 플랑크는 자신의 양자설이 흑체 복사 스펙트럼 곡선을 이론적으로 이끌어 내기 위한 수학적 방법일 뿐이고, 어떤 물리적인 의미가 있는 것은 아니라고 생각하였다.

(2) **아인슈타인의 광양자설**: 아인슈타인은 고전 물리학 이론으로는 설명이 되지 않는 광전 효과를 설명하기 위해 플랑크의 양자설을 이용하여 빛을 광자(광양자)라고 하는 에너지 양자의 흐름으로 생각하였다. 각각의 광자는 진공 속에서 빛의 속력 c 로 움직이며, 빛의 진동수에 비례하는 에너지를 가진다. 즉, 진공 속에서 빛의 속력을 c , 빛의 진동수와 파장을 각각 f , λ 라고 하면 광자(광양자) 1개의 에너지 E 는 다음과 같다.

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad (\text{플랑크 상수 } h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s})$$

아인슈타인의 광양자설에서 빛은 다음과 같은 특징을 가진다.

- ① 빛의 에너지는 파동처럼 연속적인 값을 가지는 것이 아니라, 광자의 개수에 따라 hf , $2hf$, $3hf$, ...의 불연속적인 값으로 나타난다.
- ② 빛의 세기는 단위 시간당 단위 면적에 입사하는 광자의 개수에 비례한다.
- ③ 빛의 흡수나 방출은 원자에서 일어난다. 빛이 어떤 물질에 흡수될 때 광자 1개의 에너지 hf 가 빛에서 원자로 이동하며 이 광자는 사라진다. 또, 진동수 f 인 빛이 원자에서 방출될 때 hf 의 에너지가 원자에서 빛으로 이동하며 광자 1개가 나타난다.

예제

1. 다음의 전자기파를 광자의 에너지가 큰 것부터 순서대로 나열하시오.

마이크로파, 감마(γ)선, 자외선, X선, 라디오파, 적외선, 가시광선

해설 광자의 에너지는 빛의 진동수에 비례하므로, 진동수가 큰 순서대로 광자의 에너지가 크다.

정답 감마(γ)선, X선, 자외선, 가시광선, 적외선, 마이크로파, 라디오파

2. 파장이 400 nm인 빛의 광자 1개의 에너지는 몇 J인지 구하시오. (단, 빛의 속력은 약 3×10^8 m/s이다.)

해설 파장이 400 nm인 광자 1개의 에너지는 다음과 같다.

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}) \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})}{400 \times 10^{-9} \text{ m}} \approx 4.97 \times 10^{-19} \text{ J}$$

정답 약 $4.97 \times 10^{-19} \text{ J}$

플랑크(Planck, M.K.E.L., 1858 ~ 1947)

독일의 이론 물리학자로, 복사론, 양자론의 기초를 확립하였다.

흑체

빛을 비췄을 때 반사하지 않고 모두 흡수하는 물체를 말한다. 빛을 반사하지 않으므로 검게 보인다고 하여 흑체라고 한다. 그러나 흑체라도 복사 에너지는 방출한다.

아인슈타인(Einstein, A., 1879 ~ 1955)

독일 태생 물리학자로, 광양자설을 수립하고 광전 효과를 설명하였으며, 브라운 운동 이론, 특수 상대성 이론, 일반 상대성 이론을 발표하였다.

빛의 파동설과 입자설을 주장한 과학자

· 빛의 파동설: 하위헌스(하위헌스 원리), 영(이중 슬릿 간섭), 프레넬(회절과 편광), 맥스웰(전자기파) 등

· 빛의 입자설: 뉴턴(미립자설), 플랑크(양자설), 아인슈타인(광양자설), 콤프턴(X선 산란) 등

2. 광양자설에 의한 광전 효과 해석

(1) 광전 효과에 대한 아인슈타인의 모형: 광전 효과를 광자와 전자의 충돌로 설명하였다.

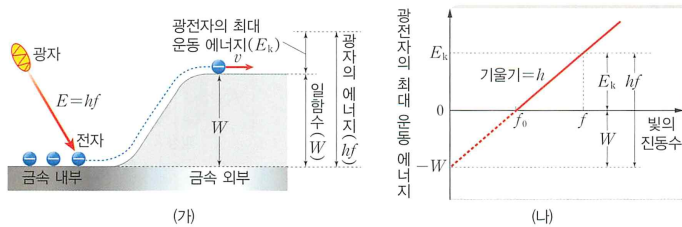
① 에너지 전달: 에너지 전달은 광자와 전자 사이에 일대일로 이루어진다. 그림 (가)와 같이 금속 표면에 진동수 f 인 빛을 쏘일 때 광자 1개가 금속 내부의 전자 1개에 자신의 에너지 hf 를 모두 전달하며 흡수된다.

② 광전자의 방출: 금속 내의 전자가 방출되려면 금속 내의 양이온에 의한 인력을 거슬러서 일을 해 주어야 하므로, 전자는 결합 에너지 이상의 에너지를 가진 광자를 흡수할 때만 금속으로부터 방출될 수 있다. 이때 방출된 광전자의 운동 에너지는 흡수한 광자의 에너지에서 결합 에너지를 뺀 만큼이 된다.

③ 광전자의 최대 운동 에너지: 금속 표면 가까이에 있는 전자보다 표면에서 멀리 있는 전자가 금속으로부터 벗어나는 데 필요한 에너지가 클 것이다. 따라서 동일한 빛을 쏘았을 때 표면에서 먼 깊은 곳에서는 방출되는 전자의 운동 에너지보다 표면에 가까운 얇은 곳에서 방출되는 전자의 운동 에너지가 크다. 금속에서 광전자를 방출시키는 데 필요한 최소한의 에너지를 일함수 W 라고 하면, 방출되는 광전자의 최대 운동 에너지 E_k 는 다음과 같다.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = hf - W$$

위 식에서 금속에 비추는 빛의 진동수 f 와 광전자의 최대 운동 에너지 E_k 사이의 관계 그래프는 그림 (나)와 같이 기울기가 플랑크 상수 h 인 직선이 된다.



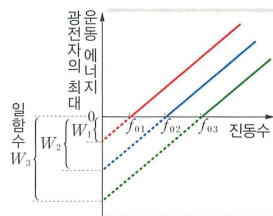
▲ 광양자설에 의한 광전 효과 해석

(2) 빛의 진동수에 따른 광전자의 최대 운동 에너지 해석

① 플랑크 상수는 금속의 종류에 관계없이 일정한 상수이므로, 그래프의 기울기가 금속에 관계없이 모두 같다는 광전 효과 실험 결과를 설명할 수 있다.

② 문턱 진동수(f_0)와 일함수(W): 문턱 진동수 f_0 은 그래프의 x 절편으로, 광자 1개의 에너지가 금속의 일함수(W)와 같은 빛의 진동수이다.

$$f_0 = \frac{W}{h}$$



▲ 문턱 진동수와 일함수의 관계

일함수는 금속의 종류에 따라 달라지므로, 금속마다 고유한 문턱 진동수를 가진다.

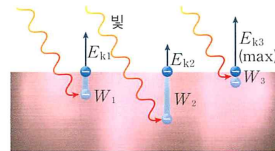
③ 금속의 문턱 진동수보다 진동수가 작은 빛이 입사하면 광자 1개의 에너지가 일함수보다 작아 금속에서 광전자가 방출될 수 없다.

(3) 빛의 세기에 따른 광전자의 최대 운동 에너지 해석: 앞의 식에서 광전자의 최대 운동 에너지는 빛의 세기와 무관하다. 즉, 금속에 비추는 빛의 세기를 증가시키면 단위 시간당 같은 면적에 도달하는 광자의 수가 증가하지만, 광자 1개의 에너지는 변하지 않는다. 따라서 빛의 세기가 증가할수록 방출되는 광전자의 수는 증가하지만, 광전자의 최대 운동 에너지는 변하지 않는다.

(4) 빛의 입사와 광전자 방출 사이의 시간 간격: 진동수가 문턱 진동수 이상인 빛이라면 빛의 세기가 아무리 약해도 각각의 광자는 전자를 즉시 방출시킬 만한 충분한 에너지를 가진다. 따라서 문턱 진동수 이상인 빛을 비추면 광전자는 즉시 방출된다.

개념 POINT

금속에서 방출되는 광전자가 가질 수 있는 운동 에너지



금속 표면에 가까이 있는 전자일수록 방출되는 순간의 운동 에너지가 크다.

일함수

1883년, 에디슨은 가열된 물체에서 전자가 방출되는 현상을 발견하고, 이때 방출된 전자를 열전자라고 하였다. 물체를 매우 뜨겁게 가열하면 내부의 전자가 표면의 결합 에너지보다 큰 열에너지를 얻어 물체의 표면에서 방출될 수 있는 것이다. 이와 같이 물체에서 전자 1개가 방출되는 데 필요한 최소 에너지를 일함수라고 하며, 일함수는 물질에 따라 다르다.

물질	일함수(eV)
나트륨(Na)	2.46
알루미늄(Al)	4.08
철(Fe)	4.50
구리(Cu)	4.70
아연(Zn)	4.31

3. 빛의 입자성과 콤프턴 효과

개념 POINT

UU T

1916년에 Einstein은 자신의 광자 개념을 확장하여 광자가 선운동량을 갖는다고 제안하였다. 에너지가 hf 인 광자의 선운동량은

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (\text{광자의 운동량}) \quad (38-7)$$

이다. 여기서 f 대신 식 38-1, $f = c/\lambda$ 를 대입하였다. 따라서 광자가 물질과 상호작용을 할 때, 9장에서와 같이 마치 광자와 물질 간에 고전적인 충돌이 발생한 것처럼 에너지와 운동량이 전달된다.

1923년에 미국 세인트 루이스에 있는 워싱턴 대학의 Arthur Compton은 광자를 통해 에너지뿐만 아니라 운동량도 전달된다는 생각을 뒷받침하는 실험을 하였다. 그는 그림 38-3처럼 구리 표적에 파장이 λ 인 X선을 쏘았다. X선은 진동수가 높고 파장이 짧은 전자기파의 일종이다. Compton은 구리 표적으로부터 여러 방향으로 흩어지는 X선의 파장과

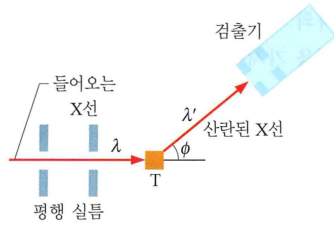


그림 38-3 Compton의 실험장치. 파장 $\lambda = 71.1 \text{ pm}$ 의 X선이 탄소 표적 T에 입사한다. 표적으로부터 산란된 X선은 입사광선에 대한 여러 각도에서 측정된다. 검출기는 산란된 X선의 세기와 파장을 측정한다.

세기를 측정하였다.

그림 38-4가 그 결과이다. 들어오는 X선에는 파장이 단 하나($\lambda = 71.1 \text{ pm}$)밖에 없지만, 산란된 X선은 일정한 파장영역에 두 개의 뚜렷한 봉우리들을 갖고 있음을 볼 수 있다. 한 봉우리는 그 중심이 들어오는 파장 근처에 있고, 다른 하나는 λ 에 비하여 Compton 이동이라고 부르는 $\Delta\lambda$ 만큼 길어진 파장 λ' 근처에 있다. Compton 이동은 X선이 산란되는 방향에 따라 다르며 산란각도가 클수록 더 커진다.

그림 38-4는 고전물리에서 또다른 수수께끼이다. 고전적으로는 X선이 사인함수로 진동하는 전자기파이다. 구리 표적에 있는 전자는 전기장에 의해 진동하는 전기력에 따라 사인함수꼴로 진동하여야 한다. 전자는 들어오는 전자기파와 똑같은 주기로 진동하면서, 마치 극히 작은 안테나인 것처럼 똑같은 진동수의 파동을 내보내야 한다. 따라서 전자에 의해 산란되는 X선은 들어오는 X선과 같은 진동수, 같은 파장을 가져야 한다. 그러나 사실은 그렇지 않다.

Compton은 구리로부터의 X선 산란을 광자를 통한 X선과 구리 표적 안에 약하게 속박된 전자들 사이의 에너지 및 운동량 전달로 해석하였다. 어떻게 양자물리학적 해석이 Compton의 결과를 이해할 수 있는지 먼저 개념적으로 살펴보고 나서 정량적으로 살펴보자.

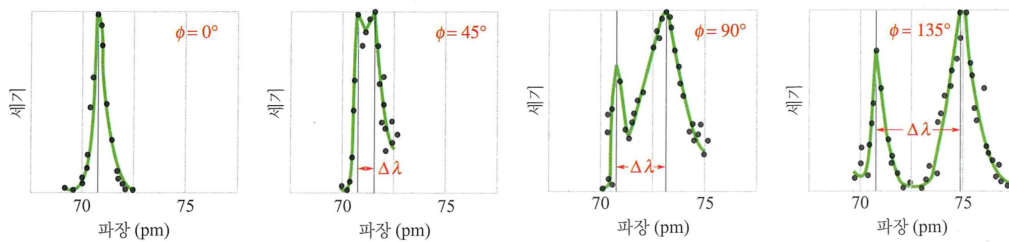


그림 38-4 네 개의 다른 산란각 ϕ 에 대한 Compton 실험의 결과. Compton 이동 $\Delta\lambda$ 는 산란각이 클수록 크다.

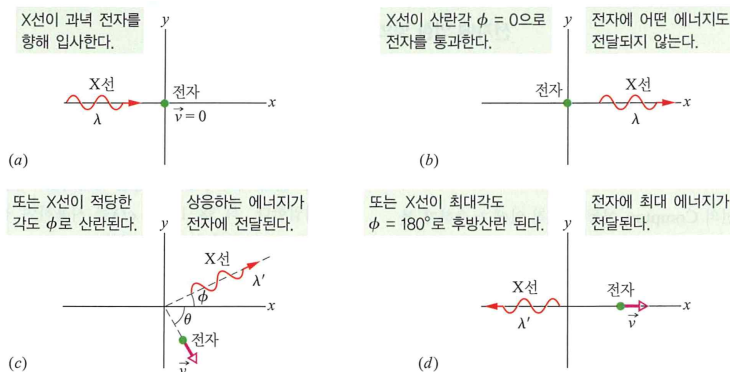


그림 38-5 (a) X선이 정지한 전자에 입사한다. (b) X선이 에너지나 운동량을 잃지 않고 전자를 통과한다(전방산란). (c) X선이 전자에 얼마간의 에너지와 운동량을 전달하며 적당한 각도로 산란된다. (d) 에너지와 운동량을 최대로 전달하며 후방산란을 한다.

광자 한 개(에너지 $E = hf$)가 들어오는 X선과 정지해 있는 전자 사이의 상호작용에 관련되었다고 하자. 일반적으로 X선이 진행하는 방향은 바뀌게 되고(X선이 산란되고), 전자는 튕겨질 것이다. 이것은 전자가 운동에너지를 얻게 된다는 뜻이다. 고립된 상호작용에서는 에너지가 보존된다. 따라서 산란되는 광자의 에너지($E' = hf'$)는 들어오는 광자의 에너지보다 작다. 그렇다면 산란되는 X선은 들어오는 X선보다 낮은 진동수 f' , 즉 긴 파장 λ' 을 가져야 한다. 이것은 그림 38-4의 Compton 실험결과와 정확히 일치한다.

정량적인 분석을 위해 먼저 에너지 보존법칙을 써 보자. 그림 38-5는 X선과 표적에 정지해 있던 자유전자 사이의 “충돌”이다. 충돌의 결과 파장이 λ' 인 X선은 각도 ϕ 의 방향으로 날아가고 전자는 각도 θ 의 방향으로 날아간다. 에너지 보존법칙에 의해

$$hf = hf' + K$$

이다. 여기서 hf 는 들어오는 X선 광자의 에너지, hf' 은 산란되는 X선 광자의 에너지, 그리고 K 는 튕겨나가는 전자의 운동에너지이다. 전자가 튕겨나가는 속도는 광속에 가까울 수 있으므로 식 37-52의 전자의 운동에너지에 대한 상대론적 관계식

$$K = mc^2(\gamma - 1)$$

을 써야 한다. 여기서 m 은 전자의 질량, γ 는 Lorentz 인자로서 다음과 같다.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}.$$

이제 에너지 보존법칙에 K 를 대입하면 다음과 같다.

$$hf = hf' + mc^2(\gamma - 1).$$

여기서 f 대신 c/λ , f' 대신 c/λ' 을 대입하면 다음의 에너지 보존방정식을 얻는다.

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc(\gamma - 1). \quad (38-8)$$

다음으로 그림 38-5의 X선-전자 간 충돌에 운동량 보존법칙을 사용한다. 식 38-7에 의해 들어오는 광자의 운동량 크기는 h/λ 이고 산란되는 광자의 운동량은 h/λ' 이다. 식 37-41에 의하면 튕겨지는 전자의 운동량 크기는 $p = \gamma mv$ 이다. 2차원 상황이기 때문에 x 축 방향과 y 축 방향을 따로 표기하면 다음과 같다.

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi + \gamma mv \cos \theta \quad (x\text{축}) \quad (38-9)$$

$$0 = \frac{h}{\lambda} \sin \phi - \gamma mv \sin \theta \quad (y\text{축}) \quad (38-10)$$

산란되는 X선의 Compton 이동 $\Delta\lambda (= \lambda' - \lambda)$ 를 구하기 위해, 식 38-8, 38-9, 38-10에 나오는 다섯 개의 충돌변수(λ , λ' , v , ϕ 및 θ) 중에서 튕겨나가는 전자에만 관련된 v 와 θ 를 없애면 된다. 다소 복잡하긴 하지만 약간의 계산을 통해 다음을 얻을 수 있다.

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \quad (\text{Compton 이동}). \quad (38-11)$$

식 38-11은 Compton의 실험결과와 정확히 일치한다.

식 38-11에 있는 h/mc 는 **Compton 파장**이라는 상수이다. 그 값은 X선을 산란하는 입자의 질량 m 에 의존한다. 여기서 그 입자는 약하게 속박된 전자이므로, m 대신 전자의 질량을 대입하여 전자로부터의 Compton 산란에 대한 Compton 파장을 계산할 수 있다.

■ 변리사 기출문제

개념 POINT

1. [2004년 변리사] (하) - 광전효과

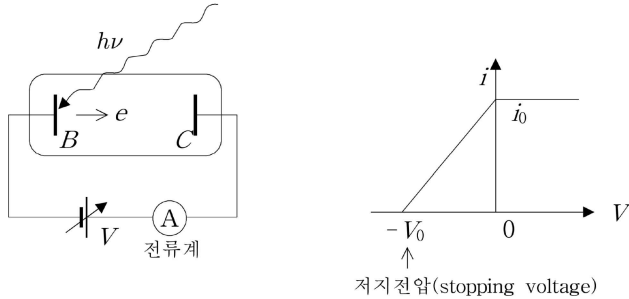
광전효과를 측정하는 실험에서 파장이 λ 인 빛을 쏘이면 전자가 튀어나왔으나 같은 세기의 파장이 2λ 인 빛을 쏘이면 전자가 튀어나오지 않았다. 이 실험에서 얻은 결과로서 옳은 것을 모두 고르면?¹⁾

- ㄱ. 파장이 λ 인 빛의 세기를 크게 하면 튀어나오는 전자 한 개의 에너지가 증가한다.
- ㄴ. 파장이 λ 인 빛의 세기를 크게 하면 튀어나오는 전자의 개수가 증가한다.
- ㄷ. 파장이 2λ 인 광자의 에너지가 파장이 λ 인 광자의 에너지의 반이므로, 파장이 2λ 인 빛의 세기를 2배로 해주면 전자가 튀어나온다.
- ㄹ. 파장이 $\lambda/2$ 인 빛을 쏘이면 튀어나온 전자 한 개의 에너지는 파장이 λ 인 빛일 때의 그것보다 반으로 감소한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

2. [2006년 변리사] (하)

아래 <그림>은 일정한 세기의 단색 광선을 금속 B에 조사하고, B와 C 사이의 전위차를 변화시키며 광전자에 의한 전류 i 를 측정한 실험장치도 및 그 결과 그래프이다. B 금속 표면의 일함수 ϕ 는 $4.0eV$ 이고 저지전압(stopping voltage) V_0 가 $3.0V$ 라고 할 때, 금속 B에 조사된 광자의 파장은 얼마인가? (에너지가 $1eV$ 인 광자의 파장은 $1240nm$ 라고 한다.)²⁾



<그림>

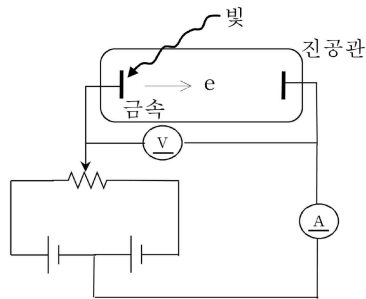
- ① $177nm$ ② $310nm$ ③ $413nm$ ④ $620nm$ ⑤ $1240nm$

개념 POINT

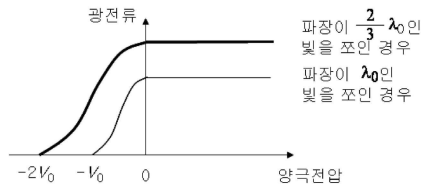
3. [2008년 변리사] (하) - 광전효과

다음의 <실험장치도>는 진공관 내에 설치된 어떤 금속 표면의 광전효과를 측정하는 장치를 나타낸 것이다. <실험결과>는 이 금속에 파장이 λ_0 인 빛을 쏘이면 정지퍼텐셜(stopping potential)이 V_0 , 파장이 $\frac{2}{3}\lambda_0$ 인 빛을 쏘이면 정지퍼텐셜이 $2V_0$ 으로 측정된 것을 나타낸 것이다. 이 금속의 일함수는? (단, $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ 이다.)³⁾

개념 POINT



<실험장치도>



<실험결과>

- ① $\frac{e V_0}{3}$ ② $\frac{2e V_0}{3}$ ③ $e V_0$ ④ $\frac{4e V_0}{3}$ ⑤ $\frac{5e V_0}{3}$

4. [2010년 변리사] (하) - 광양자설

파장이 $625nm$ 이고 에너지가 E_A 인 한 개의 광자 A와, 파장이 $1250nm$ 이고 에너지가 E_B 인 한 개의 광자 B가 있을 때 $\frac{E_A}{E_B}$ 는? ⁴⁾

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

④ 2

⑤ $2\sqrt{2}$

개념 POINT

5. [2013년 변리사] (하) - 광전효과

일함수가 2.14eV 인 세슘(Cs) 금속 표면에 파장이 310nm 인 자외선을 조사하였을 때, 방출되는 광전자의 최대 운동에너지(eV)는? (단, 플랑크 상수 h 와 빛의 속력 c 의 곱은 $1,240\text{eV}\cdot\text{nm}$ 로 한다.)⁵⁾

- ① 1.68 ② 1.86 ③ 2.08 ④ 2.58 ⑤ 2.79

개념 POINT

6. [2014년 변리사] (중) - 광전효과 + 물질파

어떤 금속 표면에 파장 λ 의 전자기파를 쏘인다. 이때 λ 가 λ_c 보다 클 경우 이 금속 표면에서 전자가 튀어 나오지 않는다. 이 금속에 파장이 $\lambda_c/2$ 인 전자기파를 쏘인 경우 이 금속에서 튀어 나오는 전자의 드브로이 파장 λ_d 의 최소값으로 가장 적절한 표현은? (단, 전자기파의 속력은 c , 전자의 질량은 m , 플랑크 상수는 h 이다.)⁶⁾

- ① $\left(\frac{h\lambda_c}{4mc}\right)^{1/2}$ ② $\left(\frac{h\lambda_c}{2mc}\right)^{1/2}$ ③ $\left(\frac{h\lambda_c}{mc}\right)^{1/2}$ ④ $\left(\frac{2h\lambda_c}{mc}\right)^{1/2}$ ⑤ $\left(\frac{4h\lambda_c}{mc}\right)^{1/2}$

개념 POINT

7. [2016년 변리사] (하) - 광양자설

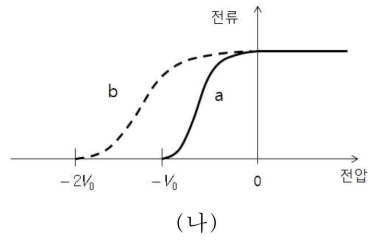
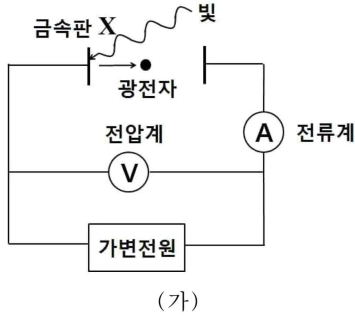
파장 λ 인 광자가 정지해 있던 전자와 탄성충돌을 한 후 파장이 2λ 가 되었다. 충돌 후 전자의 에너지는? (단, 플랑크상수는 h 이며, 빛의 속도는 c 이다.)⁷⁾

- ① $\frac{hc}{2\lambda}$ ② $\frac{hc}{\sqrt{2}\lambda}$ ③ $\frac{hc}{\lambda}$ ④ $\frac{\sqrt{2}hc}{\lambda}$ ⑤ $\frac{2hc}{\lambda}$

개념 POINT

8. [2017년 변리사] (중) - 광전효과

그림 (가)는 금속판 X에 단색광을 비추어 방출된 광전자에 의한 전류를 가변 전원의 전압에 따라 측정하는 장치이다. 그림 (나)는 (가)의 장치를 이용하여 색깔이 다른 두 빛 a, b의 광전 효과로 발생하는 전류를 가변 전원의 전압에 따라 각각 나타낸 것이다. 빛 a 진동수가 금속판 X의 문턱진동수의 2배일 때, 빛 b 진동수는 빛 a 진동수의 몇 배인가? (단, X에 비추어진 빛은 모두 광전자를 발생시킨다.)⁸⁾



- ① $1/2$ ② 1 ③ $3/2$ ④ 2 ⑤ $5/2$

개념 POINT

9. [2020년 변리사] (중) - 광양자설

어떤 레이저가 $4.0 \times 10^5 W$ 의 출력으로 $1.0 \times 10^{-7} s$ 동안 빛에너지를 방출한다. 레이저 파장이 $500nm$ 일 때, 방출되는 총 광자 수(개)는?

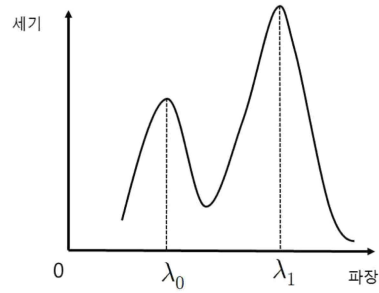
(단, 플랑크 상수는 $6.6 \times 10^{-34} J \cdot s$ 이고, 광속은 $3.0 \times 10^8 m/s$ 이다.)⁹⁾

- ① 1.0×10^{16} ② 5.0×10^{16} ③ 1.0×10^{17} ④ 5.0×10^{17} ⑤ 1.0×10^{18}

개념 POINT

10. [2021년 변리사] (하) - 콤프턴 효과

그림은 어떤 각도 θ 로 산란된 X선의 세기를 파장에 따라 측정한 콤프턴 실험 결과이다. 세기 분포는 파장 λ_0 , λ_1 에서 두 개의 봉우리를 갖는다.



이에 관한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?¹⁰⁾

<보기>

- ㄱ. 산란각 θ 가 커지면 두 봉우리에 해당하는 파장의 차는 커진다.
- ㄴ. 산란된 X선의 광자 한 개당 에너지는 λ_1 일 때가 λ_0 일 때보다 크다.
- ㄷ. 광자와 전자의 총운동량은 충돌 전과 후가 동일하다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

개념 POINT

11. [2022년 변리사] (하) - 광전효과

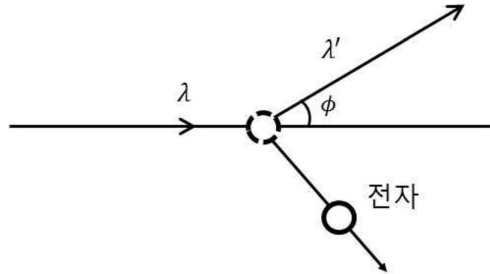
문턱진동수가 각각 f_0 과 f_X 인 금속판 A와 X에 진동수가 $3f_0$ 인 빛을 비추었더니 A와 X에서 모두 광전자가 방출되었다. A에서 방출된 광전자의 최대 운동에너지가 X에서 방출된 광전자의 최대 운동에너지의 1.5배일 때, f_X 는?¹¹⁾

- ① $\frac{5}{3}f_0$ ② $2f_0$ ③ $\frac{7}{3}f_0$ ④ $\frac{8}{3}f_0$ ⑤ $3f_0$

개념 POINT

12. [2023년 변리사] (상) - 콤프턴 효과

그림은 콤프턴 실험에서 파장 λ 인 빛이 입사하면서 정지해 있던 전자와 충돌하고 각도 ϕ 인 방향으로 파장 λ' 인 빛이 산란하는 모습을 나타낸 것이다. 충돌 후 운동량의 크기가 p 인 전자가 튕겨 나간다. 알려진 관계식 $\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\phi)$ 와 운동량 보존법칙으로 구한 p^2 은? (단, $\lambda_c = \frac{h}{mc}$, h 는 플랑크 상수이고, c 는 진공에서의 빛의 속력이며, m 은 전자의 질량이다.)¹²⁾



① $\left(\frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'} + \frac{h}{\lambda_c}\right)^2 - \left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2$

② $\left(\frac{h}{\lambda} + \frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{\lambda_c}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2$

③ $\left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} + \frac{h}{\lambda_c}\right)^2 - \left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2$

④ $\left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{\lambda_c}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2$

⑤ $\left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} - \frac{h}{\lambda_c}\right)^2 - \left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2$

개념 POINT

■ 개념확인문제

개념 POINT

13. 플랑크 상수 h 의 단위는 다음 중 무엇과 같은가?¹³⁾

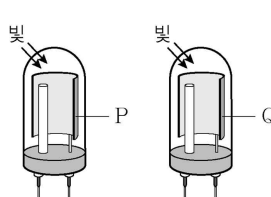
- ① 에너지 ② 일률 ③ 운동량 ④ 각운동량 ⑤ 진동수

14. 도달하는 모든 빛을 흡수하는 커다란 공의 중심에 소등 전등이 놓여 있다. 이 전등이 방출하는 에너지 일률은 $P=100\text{W}$ 이고, 방출되는 빛의 파장은 모두 $\lambda=590\text{nm}$ 이다. 공의 표면에 흡수되는 광자는 초당 몇 개인가?¹⁴⁾

개념 POINT

15. 그림은 두 광전관의 금속판 P, Q에 빛을 비추는 모습을 나타낸 것이다. 표는 P, Q에 단색광 A, B, C 중 두 빛을 함께 비추었을 때 광전자의 방출 여부를 나타낸 것이다.

개념 POINT



금속판	금속판에 비추는 빛	
	A, B	B, C
P	×	○
Q	○	○

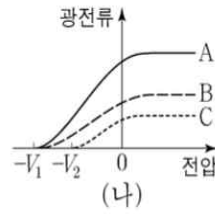
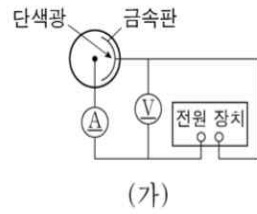
(○ : 방출됨, × : 방출 안 됨)

이에 대한 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?¹⁵⁾

- < 보 기 > —
- ㄱ. 문턱 진동수는 P가 Q보다 크다.
 - ㄴ. 빛의 진동수는 B가 C보다 크다.
 - ㄷ. Q에서 방출된 광전자의 최대 운동 에너지는 A, B를 비출 때가 B, C를 비출 때보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 그림 (가)는 광전 효과 실험 장치를 나타낸 것이다. 그림 (나)는 (가)의 금속판에 단색광 A, B, C를 각각 비추어 금속판에서 광전자가 방출될 때 광전류를 전압에 따라 나타낸 것이다. A와 B를 각각 비추었을 때 정지 전압은 V_1 로 같고, C를 비추었을 때 정지 전압은 V_2 이다. A, C의 진동수는 각각 $7f_0$, $5f_0$ 이고, 금속판의 문턱 진동수는 f_0 이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?¹⁶⁾

<보 기>

- ㄱ. B의 진동수는 $7f_0$ 이다.
- ㄴ. 단색광의 세기는 A가 B보다 크다.
- ㄷ. $V_1 = \frac{3}{2} V_2$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 표는 서로 다른 금속판 A, B에 진동수가 각각 f_X , f_Y 인 단색광 X, Y 중 하나를 비추었을 때 방출되는 광전자의 최대 운동 에너지를 나타낸 것이다.

개념 POINT

금속판	광전자의 최대 운동 에너지	
	X를 비추는 경우	Y를 비추는 경우
A	E_0	광전자가 방출되지 않음
B	$3E_0$	E_0

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, h 는 플랑크 상수이다.)¹⁷⁾

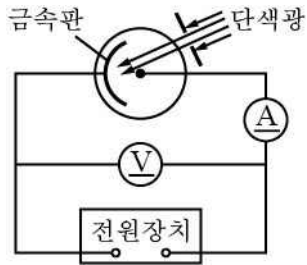
—<보 기>—

- ㄱ. $f_X > f_Y$ 이다.
 ㄴ. $E_0 = hf_X$ 이다.
 ㄷ. Y의 세기를 증가시켜 A에 비추면 광전자가 방출된다.

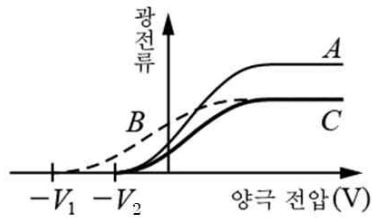
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림 (가)는 광전 효과 실험 장치를 모식적으로 나타낸 것이다. 다른 조건은 동일하게 하고, 진동수나 세기가 다른 단색광 A , B , C 각각을 금속판에 비추며 전압에 따른 광전류를 측정하였다. 그림 (나)는 (가)의 실험 결과를 나타낸 것이다.

개념 POINT



(가)



(나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?¹⁸⁾

—<보 기>—

- ㄱ. A 의 진동수는 B 의 진동수보다 크다.
- ㄴ. 동일한 전압을 걸었을 때, 광전자의 최대 운동 에너지는 B 를 비추는 경우가 가장 크다.
- ㄷ. (나)에서 B 와 C 의 x 절편이 다른 이유를 파동설로 설명할 수 있다.

① ㄴ

② ㄷ

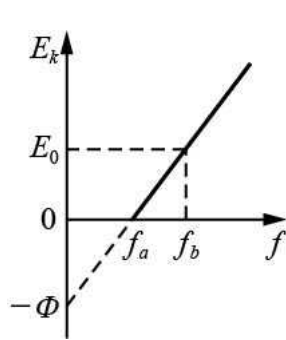
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

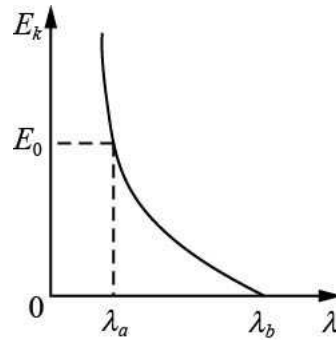
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림 (가), (나)는 일함수가 Φ 인 금속에 단색광을 비추었을 때 방출되는 광전자의 최대 운동 에너지 E_k 를 각각 진동수 f 와 파장 λ 에 따라 나타낸 것이다.

개념 POINT



(가)



(나)

이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, c 는 광속이다.)¹⁹⁾

<보 기>

- ㄱ. (가)의 기울기는 플랑크 상수를 의미한다.
- ㄴ. $f_a \lambda_b = c$ 이다.
- ㄷ. $f_b \lambda_a = c$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

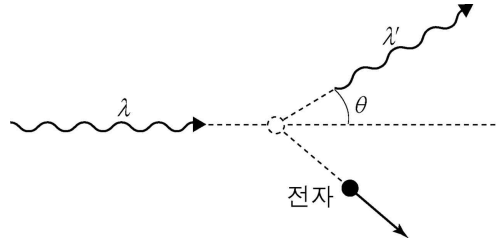
20. 광자가 정지한 자유전자에서 Compton 산란을 한다. 광자의 산란각은 $\phi = 90.0^\circ$ 이고 초기 파장은 $\lambda = 3.00 \times 10^{-12} \text{m}$ 이다. 전자의 운동에너지는 얼마인가? 전자의 컴프턴 파장은 2.43pm 이다.²⁰⁾

개념 POINT

21. 그림은 파장이 λ 인 X선이 정지해 있는 전자와 탄성 충돌하여 파장이 λ' 으로 변하는 현상을 모식적으로 나타낸 것이다. X선의 산란각이 θ 일 때, 파장의 변화량 $\Delta\lambda$ 는

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

로 주어진다. 이 때 h 는 플랑크 상수, m 은 전자의 정지질량, c 는 빛의 속력이다.



이에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?21)

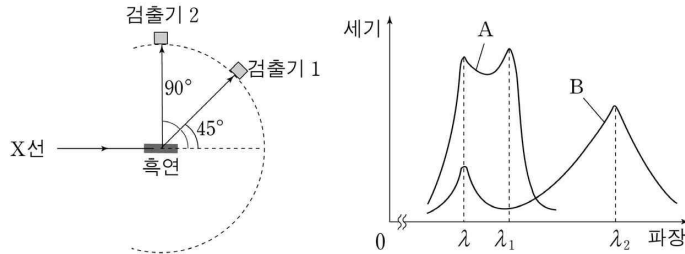
<보 기>

- ㄱ. λ' 이 λ 보다 더 작은 경우는 관측되지 않는다.
- ㄴ. 입사하는 X선의 에너지가 변하여도 $\Delta\lambda$ 는 변하지 않는다.
- ㄷ. $\Delta\lambda$ 는 $\theta = 90^\circ$ 일 때 가장 크다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

개념 POINT

22. 그림 (가)는 파장 λ 인 X선을 흑연에 입사시켜 입사 방향에 대해 $\theta = 45^\circ$, 90° 방향으로 나오는 산란광을 검출하는 콤프턴 산란 실험을 모식적으로 나타낸 것이고, 그림 (나)는 각 검출기에서 측정된 산란광의 세기를 파장에 따라 나타낸 것이다. 산란광의 세기가 최대인 파장이 λ' 일 때 $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$ 의 관계를 만족한다.



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, h 는 플랑크 상수, m 은 전자의 정지질량, c 는 빛의 속력이다.)²²⁾

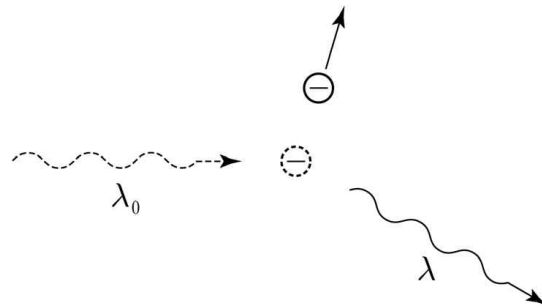
<보 기>

- ㄱ. λ 가 클수록 $\lambda_2 - \lambda_1$ 은 크다.
 ㄴ. (나)에서 스펙트럼 A는 검출기 1에서 측정된 것이다.
 ㄷ. 파장이 λ_2 인 광자 에너지는 입사한 X선의 광자 에너지보다 작다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

23. 그림은 정지한 전자에 파장이 λ_0 인 X선을 입사시켰을 때, X선 광자가 전자와 탄성 충돌하는 것을 모식적으로 나타낸 것이다. 충돌 후 X선의 파장은 λ 로 변화하였다.

개념 POINT



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, h 는 플랑크 상수이고 c 는 진공에서 빛의 속력이다.)²³⁾

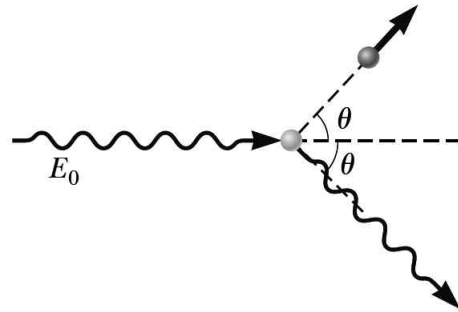
<보 기>

- ㄱ. 충돌 전 광자의 운동량의 크기는 $\frac{h}{\lambda_0}$ 이다.
 ㄴ. 광자가 잃은 에너지는 $hc \left| \frac{1}{\lambda_0} - \frac{1}{\lambda} \right|$ 이다.
 ㄷ. λ 는 λ_0 보다 작다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 에너지 E_0 인 광자가 정지해 있는 전자(질량 m_e)와 충돌하여 산란된다. 그림과 같이 전자의 산란각과 광자의 산란각이 똑같다.²⁴⁾

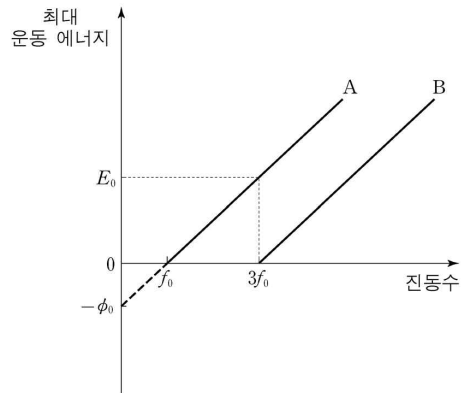
개념 POINT



- (1) 각 θ 를 구하라.
- (2) 산란된 광자의 에너지와 운동량을 구하라.
- (3) 산란된 전자의 운동 에너지와 운동량을 구하라.

25. 그림은 금속판 A, B에 단색광을 비출 때 방출되는 광전자의 최대 운동 에너지를 빛의 진동수에 따라 나타낸 것이다. A, B의 한계(문턱) 진동수는 f_0 , $3f_0$ 이고, A의 일함수는 ϕ_0 이다. 진동수 $3f_0$ 인 빛을 비출 때 A에서 방출되는 광전자의 최대 운동 에너지는 E_0 이다.

개념 POINT



이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?²⁵⁾

<보 기>

- ㄱ. 플랑크 상수는 $\frac{E_0}{2f_0}$ 과 같다.
- ㄴ. B의 일함수는 $3\phi_0$ 이다.
- ㄷ. B에 진동수 $6f_0$ 의 빛을 비출 때 방출되는 광전자의 최대 운동 에너지는 $2E_0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26. 콤프턴 산란 실험에서 광자가 정지한 전자에 충돌한 후 처음 입사 방향에 대해서 90° 의 각으로 산란되었다. 처음 입사한 광자의 에너지는 전자의 정지 질량 에너지와 같다. 이에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?²⁶⁾

개념 POINT

—<보 기>—

- ㄱ. 산란된 광자의 파장은 처음 파장의 2배이다.
- ㄴ. 충돌 후 전자의 상대론적인 운동 에너지는 정지 질량 에너지의 0.5배이다.
- ㄷ. 충돌 후 전자는 광자의 입사방향에 대해서 30° 기울어진 각으로 산란된다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

■ 정답과 해설

개념 POINT

1) [정답] ②

[해설]

- ㄱ. 빛의 세기를 크게 하는 것은 광자의 수를 늘리는 것이지만 광자 한 개의 에너지를 키우는 것이 아니므로 튀어나오는 전자 한 개의 최대 운동에너지는 변하지 않는다. (거짓)
- ㄴ. 빛의 세기가 커지면 금속에 부딪히는 광자의 수가 많아지므로, 일대일 충돌로 인해 튀어나오는 전자의 수(광전류의 세기)도 증가한다. (참)
- ㄷ. 파장이 2λ 인 빛은 광자 한 개의 에너지가 일함수보다 작아서 전자를 방출시키지 못한다. 빛의 세기(광자의 수)를 아무리 늘려도 광자 개개의 에너지가 일함수보다 작으면 전자는 절대 튀어나오지 않는다. (거짓)
- ㄹ. 파장이 $\lambda/2$ 가 되면 광자 한 개의 에너지는 2배가 된다. $K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - \Phi$ 에서 광자 한 개의 에너지가 2배가 되면 전자의 운동에너지는 증가한다. (거짓)

2) [정답] ①

[해설]

$$K_{\max} = hf - \Phi = \frac{hc}{\lambda} - \Phi = eV_0 \text{에서 } hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm} \text{이므로 } \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{\lambda} - 4.0 \text{ eV} = 3.0 \text{ eV} \text{이다.}$$

따라서 $\lambda = \frac{1240}{7} \text{ nm} \approx 177 \text{ nm}$ 이다.

3) [정답] ③

[해설]

$$K_{\max} = eV_s = hf - \Phi = \frac{hc}{\lambda} - \Phi \text{이므로 } eV_0 = \frac{hc}{\lambda_0} - \Phi \text{이고 } 2eV_0 = \frac{hc}{\frac{2}{3}\lambda_0} - \Phi \text{이다. 두 식에서 } \frac{hc}{\lambda_0}$$

를 소거하면 $\Phi = eV_0$ 이다.

4) [정답] ④

[해설]

$$E_A = \frac{hc}{\lambda_A} \text{이고 } E_B = \frac{hc}{\lambda_B} \text{이므로 } \frac{E_A}{E_B} = \frac{\frac{hc}{\lambda_A}}{\frac{hc}{\lambda_B}} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} = \frac{1250}{625} = 2 \text{이다.}$$

5) [정답] ②

[해설]

$$K_{\max} = hf - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi = \frac{1,240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{310 \text{ nm}} - 2.14 \text{ eV} = 4.0 - 2.14 = 1.86 \text{ eV}$$

6) [정답] ②

[해설]

λ_a 가 λ_c 보다 클 경우 이 금속 표면에서 전자가 튀어나오지 않으므로 λ_c 가 전자가 튀어나오는 문턱파장이 되고 문턱진동수는 $f_0 = \frac{c}{\lambda_c}$ 이다.

$$K_{\max} = hf - hf_0 = \frac{hc}{\lambda_c} - \frac{hc}{\lambda_c} = \frac{hc}{\lambda_c} \text{가 되고 드브로이 파장은 } \lambda_d = \frac{h}{\sqrt{2mK}} \text{에서 } K = K_{\max} \text{일 때}$$

의 최솟값은 $\frac{h}{\sqrt{2m \frac{hc}{\lambda_c}}} = \left(\frac{h\lambda_c}{2mc} \right)^{1/2}$ 이다.

7) [정답] ①

[해설]

충돌 후 전자의 운동에너지를 K 라 하면 충돌 전후의 에너지 보존에 의해 $\frac{hc}{\lambda} = K + \frac{hc}{2\lambda}$ 에서 $K = \frac{hc}{2\lambda}$ 이다.

8) [정답] ③

[해설]

$K_{\max} = eV_0 = hf - \Phi = hf - hf_0$ 에서

a의 경우 $f_a = 2f_0$ 이므로 $eV_0 = hf_a - hf_0 = 2hf_0 - hf_0 = hf_0$ 이다.

b의 경우 $2eV_0 = hf_b - hf_0$ 이므로 $hf_b = hf_0 + 2eV_0 = hf_0 + 2hf_0 = 3hf_0$ 이고 $f_b = 3f_0$ 이다.

따라서 $f_a = 2f_0$, $f_b = 3f_0$ 이므로 $\frac{f_b}{f_a} = \frac{3}{2}$ 이다.

9) [정답] ③

[해설]

방출된 총에너지는 $E_{\text{total}} = Pt = (4.0 \times 10^5) \times (1.0 \times 10^{-7}) = 4.0 \times 10^{-2} J$ 이다.

광자 1개의 에너지는 $E_{\text{photon}} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.6 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^8)}{500 \times 10^{-9}} = \frac{19.8 \times 10^{-26}}{5.0 \times 10^{-7}} \simeq 4.0 \times 10^{-19} J$ 이다.

다. 따라서 방출되는 총 광자수는 $n = \frac{E_{\text{total}}}{E_{\text{photon}}} = \frac{4.0 \times 10^{-2} J}{4.0 \times 10^{-19} J} = 1.0 \times 10^{17}$ 개 이다.

10) [정답] ④

[해설]

ㄱ. 콤프턴 이동은 $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$ 이므로 산란각 θ 가 커지면 두 봉우리에 해당하는 파장의 차는 커진다. (참)

ㄴ. $\lambda_1 > \lambda_0$ 이므로 $E = \frac{hc}{\lambda}$ 에서 $E_0 > E_1$ 이므로 산란된 X선의 광자 한 개당 에너지는 λ_1 일 때가 λ_0 일 때보다 작다. (거짓)

ㄷ. 광자와 전자의 운동은 탄성충돌로 간주되므로 광자와 전자의 총운동량은 충돌 전과 후가 동일하다. (참)

11) [정답] ①

[해설]

$K_{\max} = hf - \Phi = hf - hf_{\text{문턱}}$ 에서 A의 경우 $K_{\max A} = 3hf_0 - hf_0 = 2hf_0$ 이고 X의 경우

$K_{\max X} = 3hf_0 - hf_X$ 이다.

$K_{\max A} = 1.5K_{\max X}$ 이므로 대입하면 $2hf_0 = 1.5 \times (3hf_0 - hf_X)$ 에서 $f_X = \frac{5}{3}f_0$ 이다.

12) [정답] ③

[해설]

개념 POINT

운동량 보존의 벡터관계식에 의하면 $p^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{\lambda'}\right)\cos\phi$ 이다.

문제에서 $\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\phi)$ 이므로 정리하면 $\cos\phi = 1 - \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda_c}$ 이므로 위 식에 대입하여 정

리하면 $p^2 = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{\lambda'}\right)\cos\phi = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'}\right)^2 - 2\left(\frac{h}{\lambda}\right)\left(\frac{h}{\lambda'}\right)\left(1 - \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda_c}\right)$ 이고 정리

하면 $\left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} + \frac{h}{\lambda_c}\right)^2 - \left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2$ 이다.

13) [정답] ④ 각운동량

[해설]

h 의 단위는 각운동량이다. $6.63 \times 10^{-34} \text{Js}$ ($\text{Js} = (\text{Nm/s})(\text{s}) = \text{Nm} = \text{kgm/s}$)

14) [정답] 2.97×10^{20} 광자/s

[해설] 전등에서 단위 시간당 나오는 광자의 개수는

$$R = \frac{P}{hf} = \frac{P\lambda}{hc} = \frac{(100\text{W})(590 \times 10^{-9}\text{m})}{(6.63 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s})(2.998 \times 10^8\text{m/s})} = 2.97 \times 10^{20} \text{ 광자/s}$$

15) [정답] ①

[해설][출제의도] 광전 효과를 이해한다.

ㄱ. 빛의 진동수가 금속의 문턱 진동수보다 클 때 광전자가 방출된다.

[오답풀이] ㄴ. P에 C를 비추어야 광전자가 방출되므로 진동수는 C가 B보다 크다. ㄷ. 빛의 진동수가 클수록 광전자의 최대 운동 에너지도 크다.

16) [정답] ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[해설]

ㄱ. A를 비출 때와 B를 비출 때 정지 전압이 같으므로, A와 B의 진동수가 같다. 따라서 B의 진동수는 $7f_0$ 이다. (O)

ㄴ. A, B의 진동수가 같은데 광전류의 최대값이 A를 비출 때가 B를 비출 때보다 크다. 따라서 단색광의 세기는 A가 B보다 크다. (O)

ㄷ. 금속판의 문턱 진동수가 f_0 이므로 금속판의 일함수는 hf_0 이다. 따라서

$$eV_1 = 7hf_0 - hf_0 = 6hf_0, \quad eV_2 = 5hf_0 - hf_0 = 4hf_0 \text{에서}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \text{이고, } V_1 = \frac{3}{2} V_2 \text{이다. (O)}$$

17) [정답] ① ㄱ

[해설]

ㄱ. 금속판 A에 진동수가 f_X 인 X를 비추었을 때 광전자가 방출되고 진동수가 f_Y 인 Y를 비추었을 때 광전자가 방출되지 않았으므로 $f_X > f_Y$ 이다. (O)

ㄴ. A의 일함수가 W_A 일 때, $E_0 = hf_X - W_A$ 이다. (X)

ㄷ. f_Y 는 A의 문턱 진동수보다 작고, 광전자가 방출되는 최소 에너지는 빛의 세기와는 무관하므로 Y의 세기를 증가시켜도 A에서 광전자가 방출되지 않는다. (X)

18) [정답] ①

[해설] ㄱ. $hf - \phi = eV_{stop}$ 에서 ϕ 가 같은 경우 B의 경우 정지전압이 더 크므로, B의 진동수가 더 크다. (X)

- ㄴ. 최저 운동에너지는 B 가 더 크다. (O)
 ㄷ. 빛의 입자성으로만 광전효과가 설명이 된다. (X)

19) [정답] ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[해설] ㄱ.(가)에서 최대 운동에너지는 아인슈타인의 해석에 의해

$$K_{\max} = hf - \Phi$$

이다. 따라서 기울기는 플랑크 상수 h 이다. (O)

ㄴ. (가)에서 $hf_a = \Phi$ 이며, (나)에서는 $\Phi = \frac{hc}{\lambda_b}$ 이다. 다시말해 f_a 는 광전류가 흐르는 최소 진동수이며 λ_b 광전류가 생기는 최대 파장이다.

따라서 $f_a \lambda_b = c$ 이다. (O)

ㄷ.(가)에서 $E_0 = hf_b - \Phi$ 이며, (나)에서 $E_0 = \frac{hc}{\lambda_a} - \Phi$ 이다. 따라서 $hf_b = \frac{hc}{\lambda_a}$ 이므로 $f_b \lambda_a = c$ 이다. (O)

20) [정답] $2.28 \times 10^5 \text{eV}$

[해설] 광자의 에너지 감소량이 전자의 운동 에너지가 된다.

$$\begin{aligned} K = -\Delta E &= \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = hc \frac{\Delta \lambda}{\lambda \lambda'} = hc \frac{\lambda_c (1 - \cos \phi)}{\lambda \{ \lambda + \lambda_c (1 - \cos \phi) \}} = hc \frac{\lambda_c}{\lambda (\lambda + \lambda_c)} \\ &= \frac{(1240 \text{eV} \cdot \text{nm})(2.43 \times 10^{-3} \text{nm})}{(3.00 \times 10^{-3} \text{nm})(3.00 \times 10^{-3} \text{nm} + 2.43 \times 10^{-3} \text{nm})} = 2.28 \times 10^5 \text{eV} \end{aligned}$$

21) [정답] ③ ㄱ, ㄴ

[해설]

ㄱ. 충돌 후 광자의 에너지가 전자의 운동에너지가 되므로 광자의 에너지는 감소한다. 따라서 $\lambda' \geq \lambda$ 이다. (참)

ㄴ. $\Delta \lambda$ 는 λ 값과 관계없이 θ 만의 함수이다. 따라서 $\Delta \lambda$ 는 변하지 않는다. (참)

ㄷ. $\Delta \lambda$ 는 $\theta = 180^\circ$ 일 때 $\frac{2h}{mc}$ 로 최대가 된다. (거짓)

22) [정답] ⑤ ㄴ, ㄷ

[해설]

ㄱ. $\lambda_2 - \lambda_1$ 는 $\lambda_2 - \lambda_1 = (\lambda_2 - \lambda) - (\lambda_1 - \lambda) = \frac{h}{mc}(1 - \cos 90^\circ) - \frac{h}{mc}(1 - \cos 45^\circ) = \frac{h}{\sqrt{2}mc}$ 로 λ 와 관계없다. (거짓)

ㄴ. $\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta)$ 는 θ 에 대해서 증가함수이므로 파장변화가 큰 경우가 산란각 θ 가 큰 경우이다. 따라서 A 는 검출기 1에서 측정된 데이터이며 B 는 검출기 2에서 측정된 데이터이다. (참)

ㄷ. 광자와 전자의 충돌에 의해 충돌 이후의 광자는 충돌 전의 광자의 에너지보다 작다. 공식으로도 확인 할 수 있는데 $E = \frac{hc}{\lambda}$ 이므로 충돌 이후 λ 가 증가했으므로 충돌 이후의 광자의 에너지는 입사한 X선의 광자 에너지보다 작다. (참)

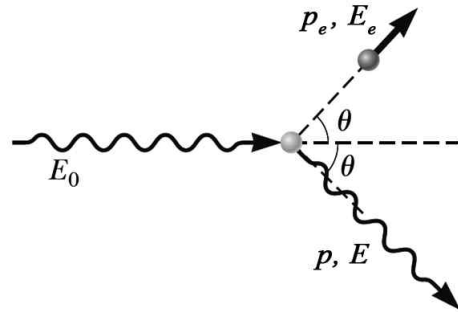
23) [정답] ③ ㄱ, ㄴ

[해설]

- ㄱ. 충돌 전 광자의 운동량은 $p_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda_0}$ 이다. (참)
- ㄴ. 광자가 잃은 에너지는 $\frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda}$ 이다. (참)
- ㄷ. 광자는 충돌 이후 에너지가 감소하므로 충돌 후 광자의 파장 λ 는 충돌 전 λ_0 보다 크다. (거짓)

- 24) [정답] (1) $\cos^{-1}\left(\frac{m_e c^2 + E_0}{2m_e c^2 + E_0}\right)$
- (2) 에너지 $\frac{E_0}{2}\left(\frac{2m_e c^2 + E_0}{m_e c^2 + E_0}\right)$, 운동량 $\frac{E_0}{2c}\left(\frac{2m_e c^2 + E_0}{m_e c^2 + E_0}\right)$
- (3) 에너지 $\frac{E_0^2}{2(m_e c^2 + E_0)}$, 운동량 $\frac{E_0}{2c}\left(\frac{2m_e c^2 + E_0}{m_e c^2 + E_0}\right)$

[해설] (2) 다음 그림과 같이 산란된 광자와 전자의 운동량과 에너지를 정하면,



운동량 보존에서

$$\frac{E_0}{c} = p_e \cos \theta + p \cos \theta \dots\dots ①$$

$$0 = p_e \sin \theta - p \sin \theta \dots\dots ②$$

에너지 보존에서

$$E_0 + m_e c^2 = E + E_e \dots\dots ③$$

②에서

$$p_e = p = \frac{E}{c} \dots\dots ④$$

③에서

$$E_0 + m_e c^2 = E + \sqrt{(p_e c)^2 + (m_e c^2)^2} = E + \sqrt{E^2 + (m_e c^2)^2}$$

$$\Rightarrow E = \frac{E_0}{2} \left(\frac{2m_e c^2 + E_0}{m_e c^2 + E_0} \right) \dots\dots ⑤$$

$$p = \frac{E_0}{2c} \left(\frac{2m_e c^2 + E_0}{m_e c^2 + E_0} \right) \dots\dots ⑥$$

(1) ①에서

$$\cos \theta = \frac{E_0}{c(p_e + p)} = \frac{E_0}{2pc} = \frac{E_0}{2E} = \frac{m_e c^2 + E_0}{2m_e c^2 + E_0}$$

(3) 운동량은

$$p_e = p = \frac{E_0}{2c} \left(\frac{2m_e c^2 + E_0}{m_e c^2 + E_0} \right)$$

에너지는

$$\textcircled{3} \Rightarrow E_e = E_0 + m_e c^2 - E = \frac{E_0^2}{2(m_e c^2 + E_0)}$$

25)

[정답] ③ ㄱ, ㄴ

[해설]

ㄱ. A의 그래프에서 f_0 가 한계진동수이므로 $hf_0 = \phi_0$ 이다.

그리고 $E_0 = h(3f_0) - \phi_0 = 3hf_0 - hf_0 = 2hf_0$ 이다. 따라서 $h = \frac{E_0}{2f_0}$ 이다. (참)

ㄴ. 그래프에서 일함수는 y절편의 절대값이다. 따라서 B의 일함수는 $3\phi_0$ 이다.

($K_{\max} = hf - W$) (참)

ㄷ. B에 진동수 $6f_0$ 의 빛을 비출 때 방출되는 광전자의 최대 운동 에너지는

$$\begin{aligned} K_{\max} &= h(6f_0) - W_3 = 6hf_0 - 3\phi_0 \\ &= 6hf_0 - 3hf_0 = 3hf_0 = \frac{3}{2}E_0 \text{이다. (거짓)} \end{aligned}$$

26) [정답] ④ ㄱ, ㄴ

[해설] 전자의 정지에너지와 광자의 에너지와 같으므로 $\frac{hc}{\lambda} = mc^2$ 이므로 $\lambda = \frac{h}{mc}$ 로 컴프턴 파장과 광자의 파장이 같아진다.

$$\text{ㄱ. } \lambda' = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = \frac{h}{mc} + \frac{h}{mc}(1 - \cos 90^\circ) = 2\lambda \text{ (O)}$$

ㄴ. 충돌 후 전자의 운동에너지는

$$K = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} = \left(1 - \frac{1}{2}\right)mc^2 = 0.5mc^2 \text{ (O)}$$

ㄷ. 전자의 충돌 후 수평방향의 운동량은 $p_x = \frac{h}{\lambda} = mc$, 전자의 전체 운동량의 크기를 p 라고 하면

$$pc = \sqrt{\left(\frac{3}{2}mc^2\right)^2 - (mc^2)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}mc^2$$

이다. 산란각을 θ 라고 하면 $\cos\theta = \frac{p_x}{p} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 이다. (X)